

## **JOGOS E FEIJOADA NO SÃO PAULO'S**

Emanuel A. S. Carneiro

### ◆ Nível Iniciante

Bem próximo ao Robert Lee Moore hall, sede do Departamento de Matemática da Universidade do Texas em Austin, fica o celebrado restaurante brasileiro São Paulo's. Comida muito boa (definitivamente a melhor feijoada da cidade), além do velho e bom guaraná Antártica são apenas alguns dos fatores que nos levam (a comunidade brasileira aqui em Austin) a almoçar regularmente no São Paulo's.

Certo dia eu estava a almoçar com dois professores do departamento e algo me fez lembrar dos meus tempos de olimpíada de Matemática. Fernando Rodriguez-Villegas, argentino, professor na área de teoria dos números e Tamás Hausel, húngaro, que trabalha nas áreas de geometria algébrica e topologia. Enquanto saboreávamos as nossas feijoadas (eu e o Tamás, o Fernando no bobó de camarão), conversávamos sobre jogos matemáticos. Dr. Rodriguez-Villegas, um matemático extraordinário e super simpático, que além de fazer pesquisa do mais alto nível em teoria dos números é bastante interessado em jogos e puzzles matemáticos, nos explicava tópicos do curso que estava a ensinar nesse semestre (Math, Puzzles and Computers) além de outras idéias de jogos que ele próprio havia inventado.

Entre as torres de Hanói, Nim, Resta um, e coisas do tipo escritas em guardanapos do São Paulo's, Tamás lembrou-se de algo e me perguntou:

– Emanuel, você conhece o jogo do “15 out of 3” (15 de 3)?

Respondi que não. Ele então me deu a formulação do jogo:

– (O jogo 15 out of 3) os números de 1 a 9 estão sobre a mesa. Dois jogadores alternadamente escolhem números para si (sem repetição) e ganha quem primeiro completar 15 somando três de seus números.

(sugiro agora que os leitores joguem um pouquinho antes de prosseguir e “desvendar” o mistério).

Pensei comigo mesmo: “Hummm... isso não me parece estranho...”. Eu disse:

– Bem, minha intuição me leva a crer que o primeiro jogador está em melhor situação para negociar do que o segundo, pois vai receber mais números ao final...

Tomás foi adiante e disse:

– Sim, você está correto. Vamos jogar! Você começa, escolha o seu primeiro número.

– Está bem. Eu escolho o 5.

Nesse momento ele parou e me olhou curioso. – “Por que você escolheu o 5?” perguntou. Eu disse:

– Não sei exatamente o que é, mas algo me faz lembrar um quadrado mágico, e como o 5 sempre está no meio, achei que tinha mais chances de ganhar...

– Sua intuição mais uma vez está correta. Muito bem. Naturalmente, você deve saber qua a menos de rotações e reflexões a configuração do quadrado mágico é única. Por que a gente não desenha um quadrado mágico  $3 \times 3$  aqui e tenta jogar olhando para ele?

Após um minuto tentando lembrar como se faz um quadrado mágico, desenhamos no guardanapo:

6	7	2
1	5	9
8	3	4

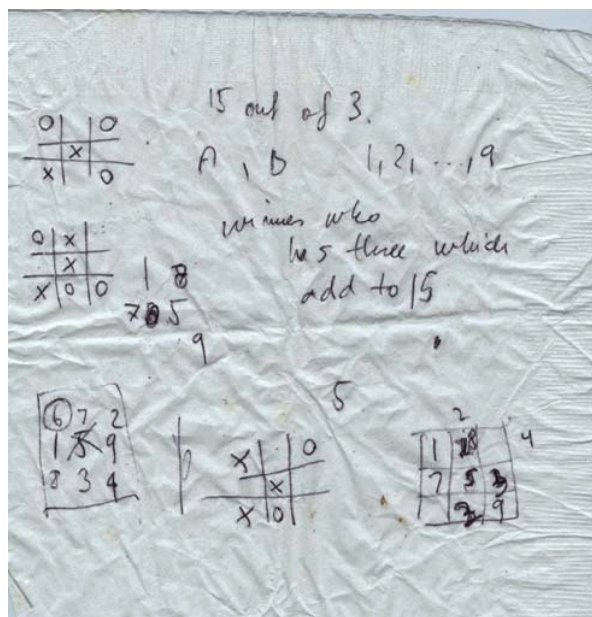
Quando vi os números na mesa matei a charada. Um quadrado mágico de  $3 \times 3$  como visto acima é uma disposição dos números 1, 2, 3, ..., 9, sem repetição, de modo que cada linha, coluna ou diagonal some a mesma quantidade. Nesse caso a soma comum será 15 e o que vemos acima são todas as maneiras possíveis de se escrever 15 como soma de 3 números:

$$15 = 9 + 1 + 5 = 9 + 2 + 4 = 8 + 1 + 6 = 8 + 2 + 5 = \\ = 8 + 3 + 4 = 7 + 2 + 6 = 7 + 3 + 5 = 6 + 5 + 4.$$

Se pensarmos então que o primeiro jogador marca  $X$  sobre os números do quadrado mágico e o segundo marca  $O$ , o objetivo do jogo passa a ser completar uma linha, coluna ou diagonal com seus símbolos. O jogo 15 out of 3 que ele me propôs nada mais é do que uma formulação equivalente, belíssima e engenhosa,

do milenar jogo da velha (em inglês “tic-tac-toe”). Fiquei pasmo, havia ganhado o meu dia. Por alguns momentos não consegui parar de pensar na beleza e no poder da matemática, presente até nos mínimos detalhes da nossa vida. Senti-me orgulhoso de poder ser um pesquisador que tenta compreender essa ciência e pequenos fatos como esse me fazem, a cada dia, ter mais consciência de que ela é muito maior do que nós.

**Observamos:** A história acima se passou no dia 02 de maio de 2007. Fiquei com o guardanapo como recordação. O jogo 15 out of 3 é um belo exemplo para se mostrar como uma pessoa que sabe matemática realmente pode levar vantagem sobre uma pessoa menos interessada pelo assunto. Todos sabemos que o jogo da velha não admite estratégia vencedora, mas mesmo assim o professor Tamás Hausel jogava o 15 out of 3 com seus alunos e ganhava na maioria das vezes. Naturalmente, ele sempre tinha seu quadrado mágico para consultas. Até que um dia ele esqueceu-se do quadrado mágico em casa e foi derrotado por uma aluna.



Guardanapo da discussão no São Paulo's

No verso do guardanapo acima, há outras discussões também belíssimas sobre as torres de Hanói e versões relacionadas (de formas mais engenhosas do que a

analogia acima) inventadas pelo Dr. Rodríguez-Villegas. Ele ainda está buscando a melhor formulação para seu jogo para poder patenteá-lo e disponibilizá-lo ao público em geral. Isso então vai ficar para uma outra história.

**PROBLEMA 1:** Prove que em um quadrado mágico  $3 \times 3$ , como foi descrito acima:

- (a) a soma comum deve ser 15.
- (b) o número do centro deve ser 5.

**PROBLEMA 2:** Usando o problema anterior, prove que só existe um quadrado mágico  $3 \times 3$  (a menos de rotações e reflexões). Verifique também que não há estratégia vencedora para o jogo da velha, em outras palavras, se os dois jogadores jogam certo, sempre dá empate.

#### **REFERÊNCIAS:**

[1] Para ver outras discussões sobre jogos e invariantes, há outras listas em minha página pessoal: <http://www.math.utexas.edu/users/ecarneiro> na seção math olympiads.

[2] Para mais informações sobre os trabalhos e o curso (Math, Puzzles and Computers) do Dr. Rodríguez-Villegas sua página pessoal é [www.math.utexas.edu/users/villegas/S07](http://www.math.utexas.edu/users/villegas/S07). Um dos jogos que ele criou está descrito no paper: Rodríguez Villegas, F.; Sadun, L.: Voloch, J.F. Blet: a mathematical puzzle. Amer. Math. Monthly 109 (2002), no. 8, 729-740.

[3] **URL:** página pessoal do Dr. Hausel é <http://www.math.utexas.edu/users/hausel>